

Exercício 1 - Um canal retangular transporta uma vazão de $Q = 2,0 \text{ m}^3/\text{s}$ com largura $b = 3,5 \text{ m}$ e aceleração da gravidade $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. A profundidade crítica y_c pode ser obtida resolvendo a equação:

$$f(y) = \frac{Q^2}{g \cdot b^3 \cdot y^3} - 1$$

Use o método de Newton-Raphson com $y_0 = 0,5 \text{ m}$ e faça duas iterações para encontrar y_c com boa aproximação

$$f(y) = \frac{2^2}{9,81 \cdot 3,5^3 \cdot y^3} - 1$$

$$f'(y) = -\frac{3 \cdot 2^2}{9,81 \cdot 3,5^3 \cdot y^4}$$

$$y_0 = 0,5$$

$$y_{n+1} = y_n - \frac{f(y_n)}{f'(y_n)}$$

Resposta:

$$y_2 \approx 0,583 \text{ m}$$

Iteração 1:

$$f(0,5) = \frac{4}{9,81 \cdot 2,25 \cdot 0,5^3} - 1 \Rightarrow f(0,5) \approx 0,45$$

$$f'(0,5) = -\frac{3 \cdot 4}{9,81 \cdot 2,25 \cdot 0,5^4} \Rightarrow f'(0,5) \approx -8,68$$

$$y_1 = 0,5 - \frac{0,45}{-8,68} \Rightarrow y_1 \approx 0,5518$$

Iteração 2:

$$f(0,5518) = \frac{4}{9,81 \cdot 2,25 \cdot 0,5518^3} - 1 \Rightarrow f(0,5518) \approx 0,385$$

$$f'(0,5518) = -\frac{4}{9,81 \cdot 2,25 \cdot 0,5518^4} \Rightarrow f'(0,5518) \approx -5,85$$

$$y_2 = 0,5518 - \frac{0,385}{-5,85} \Rightarrow y_2 \approx 0,5834$$

Exercício 2 - Uma solução de ácido acético $0,01 \text{ mol/L}$ obedece à equação de equilíbrio:

$$f(x) = \frac{x^2}{0,01 - x} - K_a$$

Com $K_a = 1,75 \times 10^{-5}$ e x sendo a concentração de H^+ . Use o método de Newton-Raphson com $x_0 = 0,001$ e encontre x em duas iterações.

$$f(x) = \frac{x^2}{0,01 - x} - 1,75 \times 10^{-5}$$

$$f'(x) = \frac{2x(0,01 - x) + x^2}{(0,01 - x)^2}$$

$$x_0 = 0,001$$

Resposta:

$$x_2 = 4,4 \times 10^{-4} \text{ mol/L}$$

Iteração 1:

$$f(0,001) = \frac{(0,001)^2}{0,01 - 0,001} - 1,75 \times 10^{-5} \Rightarrow f(0,001) \approx 9,96 \times 10^{-5}$$

$$f'(0,001) = \frac{2(0,001)(0,01 - 0,001) + (0,001)^2}{(0,01 - 0,001)^2} \Rightarrow f'(0,001) \approx 0,2346$$

$$x_1 = 0,001 - \frac{9,96 \times 10^{-5}}{0,2346} \Rightarrow x_1 \approx 0,0006$$

Iteração 2:

$$f(0,0006) = \frac{(0,0006)^2}{0,01 - 0,0006} - 1,75 \times 10^{-5} \Rightarrow f(0,0006) \approx 2,08 \times 10^{-5}$$

$$f'(0,0006) = \frac{2(0,0006)(0,01 - 0,0006) + (0,0006)^2}{(0,01 - 0,0006)^2} \Rightarrow f'(0,0006) \approx 0,13$$

$$x_2 = 0,0006 - \frac{2,08 \times 10^{-5}}{0,13} \Rightarrow x_2 \approx 0,00044$$