

Interpolação por Partes e Splines

Julia Marina Maria Samadar Cauã Juliano

UFPR

11 de junho de 2025

Interpolação por Partes

Conceito Fundamental

Divisão do domínio em subintervalos com polinômios independentes

Vantagens:

- Evita polinômios de alto grau
- Minimiza o Fenômeno de Runge
- Mais estável numericamente

Aplicações:

- Computação gráfica
- Análise de dados
- Engenharia

Comparado com métodos globais como Lagrange/Newton

Tipos de Splines

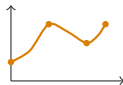
Spline Linear

- Segmentos de reta
- Cálculo simples
- Não suave



Spline Cúbico

- Polinômios de 3º grau
- Curva suave
- Contínuo até 2ª derivada



Spline Cúbico - Formulação Matemática

Theorem (Equação do Spline)

Para cada subintervalo $[x_i, x_{i+1}]$:

$$S_i(x) = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3$$

Condições Necessárias

- Interpolação: $S_i(x_i) = y_i$
- Continuidade: $S_i(x_{i+1}) = S_{i+1}(x_{i+1})$
- Derivadas contínuas: $S'_i = S'_{i+1}$, $S''_i = S''_{i+1}$

Sistema Linear

As condições formam um sistema tridiagonal que pode ser resolvido eficientemente

Condições de Contorno

Tabela: Comparação de Splines Natural e Condicionado

| Tipo | Condição |
|--------------|----------------------------------------|
| Natural | $S''(x_0) = S''(x_n) = 0$ |
| Condicionado | $S'(x_0) = f'(x_0), S'(x_n) = f'(x_n)$ |

Spline Natural:

- Comportamento linear nas extremidades
- Menos oscilações nas bordas

Spline Condicionado:

- Usa informação das derivadas
- Mais preciso quando conhecido

Exemplo Prático: Nível do Rio

- Medições discretas da cota ao longo do dia
- Spline cúbico estima nível em qualquer instante
- Suavidade importante para análise de tendências
- Estabilidade numérica crucial para previsões

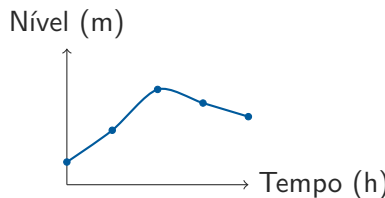
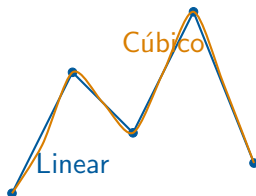


Figura: Variação diária

Importância

A suavidade do spline cúbico permite derivar informações como taxa de variação do nível

Comparação Visual



- Azul: Spline linear - conexões retas
- Laranja: Spline cúbico - curva suave

Obrigado!