

The background features a light gray grid pattern. Scattered across it are several large, irregular, semi-transparent shapes in purple, green, and orange. Overlaid on these are various black line-art elements: a lightbulb in the top left, a checkmark in the top right, a hand holding a pen in the bottom right, and a hand holding a book in the bottom left.

EDO's

MÉTODO EXPLÍCITO

vs

IMPLÍCITO

Discentes:
Nicolly Nicetto,
Giovanna Adas,
Kawany Oliveira

CONTEXTUALIZAÇÃO – MÉTODO EXPLÍCITO

ONDE É USADO?

- Amplamente utilizados na engenharia, física, biologia e ciência da computação;
- **Principais aplicações:**
 - Simulação de movimentos de partículas;
 - Modelagem de crescimento populacional;
 - Dinâmica de circuitos elétricos simples;

QUAL SUA IMPORTÂNCIA?

- Simplicidade computacional;
- Baixo custo computacional;
- Base para métodos mais avançados;
- Ferramenta didática;

CONTEXTUALIZAÇÃO – MÉTODO IMPLÍCITO

ONDE É USADO?

- Amplamente utilizados em modelagens numéricas avançadas.
- **Principais aplicações:**
- Simulações estruturais com materiais rígidos;
- Equações de condução de calor e problemas parabólicos;
- Simulações de clima e atmosfera;

QUAL SUA IMPORTÂNCIA?

- Altamente estáveis;
- Essenciais para sistemas reais;
- Base para métodos robustos;

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA – EXPLÍCITO

O método explícito é uma abordagem direta para resolver equações diferenciais ordinárias (EDOs). Ele calcula o valor futuro da variável dependente com base apenas nos valores atuais conhecidos da função e de sua derivada. A fórmula básica do método de Euler explícito é:

$$y_{n+1} = y_n + \Delta t \cdot f(t_n, y_n)$$

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA – EXPLÍCITO

Exemplo:

$$\frac{dy}{dt} = y, \quad y(0) = 1$$

- Solução Analítica : $y(t) = e^t$
- Cada ponto é calculado usando a fórmula: $y_{n+1} = y_n + h \cdot f(t_n, y_n)$
- Vamos usar Euler com $h=0.5$, de $t=0$ a $t=2$

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA – EXPLÍCITO

Exemplo:

Sabemos que: $f(t, y) = y$

Então a fórmula vira: $y_{n+1} = y_n + h \cdot y_n = y_n(1 + h)$

Com $h = 0,5$: $y_{n+1} = y_n \cdot (1 + 0,5) = y_n \cdot 1,5$

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA – EXPLÍCITO

Exemplo:

n	tn	yn (aprox)	f(tn,yn)	yn+1
0	0	1,000	1,000	1,500
1	0,5	1,500	1,500	2,250
2	1	2,250	2,250	3,375
3	1,5	3,375	3,375	5,0625
4	2	5,0625	5,0625	—

→ $y_{n+1} = y_n \cdot (1 + 0,5) = y_n \cdot 1,5$

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA – EXPLÍCITO

Exemplo:

A solução exata é: $y(2) = e^2 \approx 7.39$

O valor obtido com o método explícito foi subestimado: $y(2) \approx 5.063$

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA – IMPLÍCITO

Já o método implícito adota uma abordagem diferente: ele utiliza o valor da função no próximo instante de tempo t_{n+1} para calcular y_{n+1} . A fórmula do Euler implícito é:

$$y_{n+1} = y_n + \Delta t \cdot f(t_{n+1}, y_{n+1})$$

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA – IMPLÍCITO

Exemplo:

$$\frac{dy}{dt} = y, \quad y(0) = 1$$

- Solução Analítica : $y(t) = e^t$
- Cada ponto é calculado usando a fórmula:

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot f(t_{n+1}, y_{n+1}) = y_n + h \cdot y_{n+1}$$

$$y_{n+1} - h \cdot y_{n+1} = y_n \Rightarrow y_{n+1}(1 - h) = y_n \Rightarrow y_{n+1} = \frac{y_n}{1 - h}$$

- Vamos usar Euler com $h=0.5$, de $t=0$ a $t=2$

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA – IMPLÍCITO

Exemplo: Usando $h : 0,5$

$$y_{n+1} = \frac{y_n}{1 - 0,5} = \frac{y_n}{0,5} = 2 \cdot y_n$$

n	tn	yn (aprox)
0	0	1
1	0,5	2
2	1	4
3	1,5	8
4	2	16

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA – IMPLÍCITO

Exemplo:

A solução exata é: $y(t) = e^t \Rightarrow y(2) = e^2 \approx 7,39$

O valor obtido com o método implícito foi superestimado: $y(2) = 16$.

COMPARAÇÃO

MÉTODO EXPLÍCITO

Cálculo:

Direto e simples

Estabilidade:

Condicional (instável com Δt grande)

Facilidade de implementação:

Alta

Indicado para: Sistemas simples, não rígidos

MÉTODO IMPLÍCITO

Cálculo:

Exige resolver equações

Estabilidade:

Incondicional (estável até mesmo com Δt grande)

Facilidade de implementação:

Média a baixa

Indicado para: Sistemas rígidos e com variáveis rápidas

APLICAÇÃO

🌱 Problema: Degradação de Poluentes

Imagine que um poluente é lançado em um rio. Queremos prever como a concentração do poluente vai diminuir com o tempo devido a processos naturais, como decomposição biológica.



A equação que representa a degradação é:

$$\frac{dy}{dt} = -k \cdot y$$

O que isso quer dizer?

- $y(t)$ é a concentração do poluente no tempo t
- k é uma constante que representa a taxa de degradação (quanto maior, mais rápido o poluente se decompõe)
- O sinal **negativo** mostra que o poluente **está diminuindo com o tempo**

OBJETIVO: Encontrar os valores de $y(t)$, ou seja, prever a concentração do poluente ao longo do tempo.

Vamos usar uma fórmula simples que aproxima a solução passo a passo:

$$y_{n+1} = y_n - k \cdot y_n \cdot \Delta t$$

Onde:

- y_n : valor atual da concentração
- y_{n+1} : valor no próximo instante
- Δt : intervalo de tempo entre os cálculos



Parâmetros que vamos usar:

- $k = 0,5$ (degradação moderada)
- $y_0 = 1,0$ (concentração inicial normalizada)
- $\Delta t = 1$ hora
- $T = 5$ horas



Método de Euler Explícito

$$y_{n+1} = y_n - k \cdot y_n \cdot \Delta t$$

Passos:

Passo	Cálculo	Resultado
0	$y_0 = 1,0000$	1,0000
1	$y_1 = 1 - 0,5 \times 1 = 0,5$	0,5000
2	$y_2 = 0,5 - 0,5 \times 0,5 = 0,25$	0,2500
3	$y_3 = 0,25 - 0,5 \times 0,25 = 0,125$	0,1250
4	$y_4 = 0,125 - 0,5 \times 0,125 = 0,0625$	0,0625
5	$y_5 = 0,0625 - 0,5 \times 0,0625 = 0,0313$	0,0313



Método de Euler Implícito

$$y_{n+1} = \frac{y_n}{1 + k \cdot \Delta t}$$

Passos:

Passo	Cálculo	Resultado
0	$y_0 = 1,0000$	1,0000
1	$y_1 = 1 / 1,5 = 0,6667$	0,6667
2	$y_2 = 0,6667 / 1,5 = 0,4444$	0,4444
3	$y_3 = 0,4444 / 1,5 = 0,2963$	0,2963
4	$y_4 = 0,2963 / 1,5 = 0,1975$	0,1975
5	$y_5 = 0,1975 / 1,5 = 0,1317$	0,1317

APLICAÇÃO COMPUTACIONAL

python

CONCLUSÃO

- Os métodos explícitos são vantajosos quando há necessidade de rapidez e o sistema não é rígido. Já os métodos implícitos, embora mais custosos, são mais confiáveis para sistemas rígidos ou que demandam estabilidade numérica. A escolha entre eles depende diretamente da natureza do problema.

REFERÊNCIAS

Métodos para EDO's. Disponível em: <<https://www.math.tecnico.ulisboa.pt/~calves/cursos/Eqdiford.htm>>.

FONTANA, É. Métodos Numéricos em Engenharia Química. [s.l: s.n.]. Disponível em: <https://fontana.paginas.ufsc.br/files/2018/03/partel_metNum.pdf>.

SOLUÇÃO NUMÉRICA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA UNIVERSIDADE DE JOÃO DEL-REI PRÓ-REITORIA DE PESQUISA CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO métodos numéricos. [s.l: s.n.]. Disponível em: <https://ufsj.edu.br/portal-repositorio/File/nepomuceno/mn/18MN_EDO1.pdf>.