



ZEROS DE FUNÇÕES - MÉTODO DA SECANTE

Discentes: Grazielle Ferreira, Natália Freire e
Thaynara Ramos

Cálculo Numérico — Docente: Prof. Dr. Rogério Vargas

1. SOBRE
2. MÉTODO DA SECANTE
3. EXEMPLOS
4. REFERÊNCIAS

SOBRE



- Os Zeros das Funções são todos os valores de x que, quando substituídos na função, fazem com que o valor da função seja igual a zero. Eles também podem ser conhecidos como raízes da função.
- Existem diversas formas de encontrar o zero de uma função, entre elas temos:
 - Bhaskara;
 - Método da Bisseção;
 - Método de Newton-Raphson;
 - Método da Secante.

- O Método da Secante foi criado como uma alternativa ao Método Newton-Raphson. Lembrando o Método Newton-Raphson:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

- Um ponto negativo desse método é a necessidade de se conhecer a derivada da função. O Método da Secante utiliza, então, da aproximação da derivada.

MÉTODO DA SECANTE

- Quando utilizamos a aproximação da derivada da função do Método de Newton-Raphson, temos então:

$$f'(x_k) = \frac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{(x_k) - (x_{k-1})}$$

- Logo, utilizamos essa fórmula e substituímos na fórmula do Método de Newton-Raphson, e obtemos a fórmula do Método da Secante:

$$x_{k+1} = x_k - f(x_k) \cdot \frac{x_k - x_{k-1}}{f(x_k) - f(x_{k-1})}$$

- O Método da Secante consiste em traçar uma reta secante entre dois pontos da função e seguir essa reta até encontrar sua interseção com o eixo x . Esse ponto de interseção é usado como uma nova aproximação para a raiz da função.
- Uma diferença importante entre o Método da Secante e o Método de Newton-Raphson é que o Método de Newton-Raphson requer o cálculo da derivada, enquanto o Método da Secante utiliza uma aproximação da derivada e logo, ele necessita de duas estimativas iniciais para iniciar o processo iterativo.

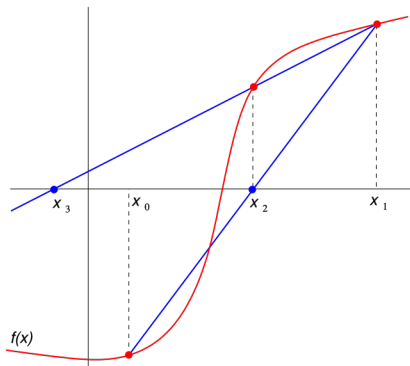


Figura: Explicação geométrica.

- O passo a passo do Método da Secante consiste na seguinte forma:
 1. Escolher dois pontos iniciais: x_0 e x_1 ;
 2. Calcular os valores de $f(x_0)$ e $f(x_1)$;
 3. Aplicar a fórmula de x_2 ;
 4. Atualizar os valores;
 5. Repete o processo até que $|f(x_n)|$ ou $|(x_n - x_{n-1})/x_n|$ seja menor que a tolerância.

EXEMPLOS

Exemplo 1:

- Considere a função:

$$f(x) = x^3 - 4x + 1$$

em que:

$$\epsilon = 0,01$$

- Encontre a raiz através do Método da Secante

$$x_{k+1} = x_k - f(x_k) \cdot \frac{x_k - x_{k-1}}{f(x_k) - f(x_{k-1})}$$

1. Escolher as estimativas iniciais, ou seja:

$$(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1))$$

- A partir do Teorema de Bolzano:

Tabela: Teorema de Bolzano a partir de $f(x) = x^3 - 4x + 1$

x	0	1	2	3	4
f(x)	1	-2	1	16	57

Nota-se que há uma raiz entre $x=0$ e $x=1$, logo, serão nossos valores para as estimativas iniciais.

- Primeira iteração:

$$(x_0 = 0, f(x_0) = 1), (x_1 = 1, f(x_1) = -2)$$

Fórmula do Método da Secante:

$$x_{k+1} = x_k - f(x_k) \cdot \frac{x_k - x_{k-1}}{f(x_k) - f(x_{k-1})}$$

Para os valores de x_0 , x_1 e x_2 :

$$x_2 = x_1 - f(x_1) \cdot \frac{x_1 - x_0}{f(x_1) - f(x_0)}$$

Substituindo os valores na fórmula:

$$x_2 = 1 - (-2) \cdot \frac{1 - 0}{-2 - 1}$$

$$x_2 = 0,333$$

Realizando o teste de parada através da fórmula:

$$e_{k+1} = \left| \frac{x_{k+1} - x_k}{x_{k+1}} \right| < \epsilon$$

$$e_2 = \left| \frac{x_2 - x_1}{x_2} \right| < \epsilon$$

Lembrando que:

$$\epsilon = 0,01$$

Temos então:

$$e_2 = \left| \frac{0,333 - 1}{0,333} \right| > \epsilon$$

Como o erro não é menor, seguimos as iterações.

- Segunda iteração:

$$(x_1 = 1, f(x_1) = -2), (x_2 = 0.333, f(x_2) = -0,295)$$

Para os valores de x_1 , x_2 e x_3 :

$$x_3 = x_2 - f(x_2) \cdot \frac{x_2 - x_1}{f(x_2) - f(x_1)}$$

Substituindo os valores na fórmula:

$$x_3 = 0,333 - (-0,295) \cdot \frac{0,333 - 1}{-0,295 - (-2)}$$

$$x_3 = 0,218$$

Realizando o teste de parada através de:

$$e_3 = \left| \frac{x_3 - x_2}{x_3} \right| < \epsilon$$

Temos então:

$$e_3 = \left| \frac{0,218 - 0,333}{0,218} \right| > \epsilon$$

Como o erro não é menor, seguimos as iterações.

- Terceira iteração:

$$(x_2 = 0,333, f(x_2) = -0,295), (x_3 = 0,218, f(x_3) = 0,138)$$

Para os valores de x_2 , x_3 e x_4 :

$$x_4 = x_3 - f(x_3) \cdot \frac{x_3 - x_2}{f(x_3) - f(x_2)}$$

Substituindo os valores na fórmula:

$$x_4 = 0,218 - 0,138 \cdot \frac{0,218 - 0,333}{0,138 - (-0,295)}$$

$$x_4 = 0,255$$

Realizando o teste de parada através de:

$$e_4 = \left| \frac{x_4 - x_3}{x_4} \right| < \epsilon$$

Temos então:

$$e_4 = \left| \frac{0,255 - 0,218}{0,255} \right| > \epsilon$$

Como o erro não é menor, seguimos as iterações.

- Quarta iteração:

$$(x_3 = 0,218, f(x_3) = 0,138), (x_4 = 0,255, f(x_4) = -0,0034)$$

Para os valores de x_3 , x_4 e x_5 :

$$x_5 = x_4 - f(x_4) \cdot \frac{x_4 - x_3}{f(x_4) - f(x_3)}$$

Substituindo os valores na fórmula:

$$x_5 = 0,255 - (-0,0034) \cdot \frac{0,255 - 0,218}{-0,0034 - 0,138}$$

$$x_5 = 0,254$$

Realizando o teste de parada através de:

$$e_5 = \left| \frac{x_5 - x_4}{x_5} \right| < \epsilon$$

Temos então:

$$e_5 = \left| \frac{0,254 - 0,255}{0,254} \right| = 0,004$$

$$0,004 < \epsilon$$

Como o erro é menor, paramos as iterações e encontramos o zero da função.

Tabela: Método da Secante com todas as iterações.

k	x_{k-1}	x_k	$f(x_{k-1})$	$f(x_k)$	x_{k+1}	E
1	0	1	1	-2	0,333	2,003
2	1	0,333	-2	-0,295	0,218	0,528
3	0,333	0,218	-0,295	0,138	0,255	0,145
4	0,218	0,255	0,138	-0,0034	0,254	0,004

- Abaixo segue o gráfico da raiz aproximada da função:

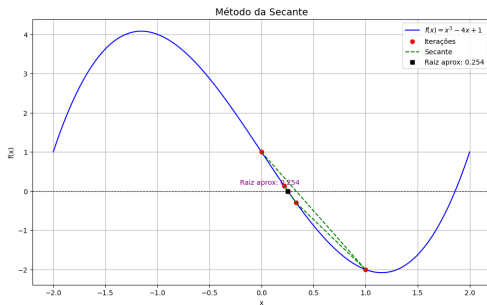


Figura: Gráfico da função $f(x) = x^3 - 4x + 1$

Exemplo 02:

- Considere a seguinte função que pode ser utilizada no cálculo do fator de segurança em taludes:

$$f(F_s) = F_s \cdot \ln(F_s + 1) - 4 = 0$$

em que:

$$\epsilon = 0,01$$

- Encontre a raiz através do Método da Secante

$$x_{k+1} = x_k - f(x_k) \cdot \frac{x_k - x_{k-1}}{f(x_k) - f(x_{k-1})}$$

- Escolher as estimativas iniciais, ou seja:

$$(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1))$$

- A partir do Teorema de Bolzano:

Tabela: Teorema de Bolzano a partir de $f(F_s) = F_s \cdot \ln(F_s + 1) - 4 = 0$

x	0	1	2	3	4
f(x)	-4	-3,307	-1,803	0,159	2,438

- Nota-se que há uma raiz entre $x=2$ e $x=3$, logo, serão nossos valores para as estimativas iniciais.

- Após a realização de 2 iterações, foi feito o teste de parada onde o erro era menor que a tolerância. Lembrando que a tolerância é igual a 0,01, em 2 iterações foi possível encontrar o zero da função.

Tabela: Método da Secante com todas as iterações.

k	x_{k-1}	x_k	$f(x_{k-1})$	$f(x_k)$	x_{k+1}	E
1	2	3	-1,803	0,159	2,919	0,028
2	3	2,919	0,159	-0,013	2,925	0,002

- Abaixo segue o gráfico da raiz aproximada da função:

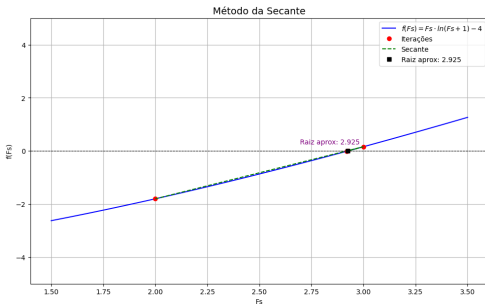


Figura: Gráfico da função $f(F_s) = F_s \cdot \ln(F_s + 1) - 4 = 0$

- Por ser relativamente simples, o Método da Secante pode ser aplicado na resolução de diversos problemas da Engenharia Civil, entre eles:
 1. Cálculos de Tensões;
 2. Análises Estruturais;
 3. Dimensionamento de Fundações.
- Na Engenharia Ambiental e Sanitária ele também pode ser utilizado, como por exemplo em:
 1. Tratamento de Efluentes;
 2. Otimização de Sistemas de Tratamento;
 3. Balanço Hídrico.

REFERÊNCIAS

- PAMPLONA, Paulo. Aula 10 de Cálculo Numérico: O Método das Secantes. Disponível em:
<https://www.youtube.com/watch?v=PCfcPc1WEIct=180s>.
Acesso em: 28 abr. 2025.
- VETTER, Narã Vieira et al. Método da Secante Para Resolução de equações do tipo $f(x)=0$. Disponível em:
https://www.aedb.br/seget/arquivos/artigos06/472_Artigo01
- Cálculo Numérico Métodos de Newton(-Raphson) e da Secante (Slides Modificados de M. E. Valle). Disponível em:
https://www.ime.unicamp.br/sussner/Aula_N_R_Sec.pdf. Acesso em :
28abr.2025.

- WILHELM, Volmir Eugênio et al. Métodos Numéricos Zeros – Newton-Raphson e Secante. Disponível em:
https://docs.ufpr.br/volmir/MN07_zeros_newton_raphson_secante_pt.28abr.2025.
- ANDRADE, Doherty. O Método da Secante. Disponível em:
https://dma.uem.br/kit/calculo-numerico-2/copy_of_kit_secante.pdf. Acesso em : 28abr.2025.